La rotación y el transporte de momento en plasmas astrofísicos y de laboratorio

Juan Arturo Alonso de Pablo[I] y Jorge Sánchez Almeida[II]

La dinámica rica y compleja de un fluido conductor en interacción con campos magnéticos ocupa una buena parte de la investigación en fusión nuclear como fuente de energía y se cree que puede estar detrás de algunos de los fenómenos más espectaculares que se estudian en Astrofísica. En particular, la forma en la que el fluido-plasma se mueve o "rota" y transporta cantidad de movimiento ha atraído el interés de ambas comunidades. En fusión por confinamiento magnético, la rotación del plasma afecta a nuestra capacidad de mantenerlo confinado el tiempo suficiente para que se obtenga energía neta de las reacciones fusión. En Astrofísica, el transporte de momento angular en los omnipresentes discos de acreción determina el ritmo al que la masa del disco cae hacia el objeto central y, por tanto, la potencia que proporciona. En este artículo presentamos las características fundamentales de lo que conocemos como plasma y algunos instrumentos conceptuales básicos para entender el paralelismo del problema de la rotación en plasmas astrofísicos y de labotarorio.

Introducción

> Physics is mainly based on experience gained in the laboratory. When we try to apply to cosmics phenomena the laws in which this experience is condensed, we make an enormous extrapolation, the legitimacy of which can be checked only by comparing the theoretical results with observations. […]
>
> H. Alfvén, *Cosmical Electrodynamics* (1950) [2].

Quizá por lo enorme de esta extrapolación, las investigaciones en física de plasmas de astrofísica y de laboratorio han progresado hacia campos casi independientes, con escasas conexiones desde un origen común en el estudio de descargas en gases ionizados a finales del siglo xix. El uso del término plasma para referirse a un gas de partículas cargadas de diferentes especies se atribuye a Irving Langmuir (1881-1957), al que inspiró la descripción del plasma sanguíneo como un fluido compuesto de distintos corpúsculos. La mayoría de los artículos fundacionales de la física de plasmas se publican hacia la mitad del siglo xx y en la segunda mitad del siglo la teoría y las técnicas de laboratorio evolucionaron hacia distintas ramas: plasmas astrofísicos, espaciales, de laboratorio, incluyendo plasmas industriales, de fusión termonuclear, etc. Los trabajos de Hannes Alfvén son un punto de encuentro de las distintas comunidades de plasmas astrofísicos y de laboratorio. A él se debe la conocida ley de congelación del flujo magnético de la magnetohidrodinámica ideal y le dio nombre a algunas de las ondas electromagnéticas que se propagan en fluidos conductores.

En la actualidad una buena parte de la investigación en plasmas calientes está enfocada a la fusión nuclear como fuente de energía, que involucra la física de plasmas de hidrógeno confinados en campos magnéticos intensos creados por grupos de bobinas. En Astrofísisca el énfasis está puesto en entender el papel que juega el campo magnético en procesos físicos básicos como son la formación de estrellas y galaxias, compuestas en parte de partículas cargadas en forma de plasma. La extrapolación es enorme y, sin embargo, los paralelismos entre los problemas que debemos resolver para lograr producir energía limpia e inagotable en la Tierra y aquellos que nos pueden ayudar a comprender el universo resultan poderosamente sugerentes y evocadores.

Este artículo es un "diálogo" entre dos miembros de estas comunidades que se acaba centrando en un problema concreto: la rotación y el transporte de momento angular en plasmas astrofísicos y de confinamiento magnético para fusión. En el epígrafe 1 discutimos qué se entiende por plasmas y en qué sentido algunos plasmas astrofísicos son "comparables" a algunos plasmas de laboratorio y pueden entenderse con las mismas leyes y ecuaciones. En el epígrafe 2 se expone la importancia de la rotación del plasma en discos de acreción en Astrofísica y en el contexto del confinamiento de plasmas para fusión. La elección del tema atiende fundamentalmente a nuestra experiencia previa, pero existen otros problemas de interés común en Astrofísica y plasmas de fusión, algunos de los cuales se mencionan en las notas finales (epígrafe 3).

1. Plasma: un estado habitual de la materia

En las presentaciones divulgativas sobre la física de plasmas a menudo se refiere el alto porcentaje del universo observable que se encuentra en estado plasma, pero ¿qué entendemos por plasma? y ¿en qué medida los plasmas de laboratorio son comparables a los astrofísicos y pueden estudiarse dentro del mismo marco formal?

Como primera aproximación a su definición podemos decir que un plasma es un gas de partículas cargadas. En la materia "neutra" las cargas eléctricas forman enlaces estables en forma de átomos, moléculas, redes cristalinas, etc. La naturaleza electrodinámica de estos enlaces sólo se manifiesta a escalas atómicas. Cuando se aumenta la temperatura de esta materia hasta valores comparables a las energías de enlace, éstos se rompen de forma que sus constituyentes cargados (electrones e iones en el caso de los átomos) no se encuentran enlazados entre sí, sino que cada partícula cargada se mueve en los campos electromagnéticos creados por todas

I CIEMAT-Laboratorio Nacional de Fusión, avda. Complutense 40, 28040 Madrid, arturo.alonso@externos.ciemat.es
II Instituto de Astrofísica de Canarias, 38200 La Laguna (Tenerife), jos@iac.es

(o muchas de) las otras. Los plasmas formados por ionización de constituyentes neutros tienden a contener el mismo número de cargas positivas y negativas en cualquier volumen grande comparado con la separación típica entre partículas ($\sim n^{-1/3}$ donde n es la densidad de partículas). Para plasmas de hidrógeno[1] esta condición es, simplemente, que la densidad de iones (H^+) y electrones son casi iguales $n_i \simeq n_e$. Los plasmas tienen una fuerte tendencia a permanecer cuasi-neutros: pequeñas desviaciones de la neutralidad dan lugar a campos eléctricos intensos que son rápidamente compensados por las cargas libres presentes en el plasma[2].

1.1. *Escalas características y parámetros adimensionales*

En términos generales, un sistema de partículas cargadas manifiesta un comportamiento de plasma a escalas temporales y espaciales *suficientemente* grandes. Como ilustración, consideramos un plasma de electrones (com masa m_e y carga $q_e = -e$) e iones (masa m_i y carga $q_i = e$) de densidad n y temperatura T iguales para ambas especies. Para cada especie s, podemos construir una sola magnitud con unidades de frecuencia $\omega_{p,s} = \sqrt{ne^2/\epsilon_0 m_s}$, donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío[3]. La mayor de estas frecuencias fundamentales corresponde a los electrones y se conoce como frecuencia de plasma (ω_p). El cociente entre la velocidad térmica típica $v_{ts} = \sqrt{T/m_s}$ y $\omega_{p,s}$ tiene unidades de longitud y se conoce como escala de Debye $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 T/ne^2}$. La frecuencia de plasma y la longitud de Debye corresponden a las escalas típicas, temporal y espacial, en las que el plasma responde a pequeñas desviaciones de la cuasineutralidad. Un gas de partículas cargadas sólo manifiesta un comportamiento propio de un plasma si las escalas temporales y espaciales de estudio son mayores que ω_p^{-1} y λ_D, respectivamente. La tabla 1 muestra valores típicos de estas escalas en algunos plasmas astrofísicos y en un plasma de laboratorio de fusión por confinamiento magnético.

La forma en la que las par-tículas cargadas de un plasma interaccionan o colisionan entre sí es también importante para su definición. Se suele restringir el término *plasma* a los plasmas *débilmente acoplados*. Esta condición corresponde al límite $\Lambda \gg 1$ del *parámetro de plasma* Λ, definido como el número de partículas en una esfera de Debye $\Lambda = 4\pi n\lambda_D^3/3$. Su expresión explícita en términos de la densidad y temperatura del plasma,

$$\Lambda = \frac{4\pi\epsilon_0^{3/2}}{3e^3}\frac{T^{3/2}}{n^{1/2}} \gg 1 \text{ (débilmente acoplado)}, \qquad (1)$$

revela que este límite se da en plasmas calientes y poco densos. En un plasma débilmente acoplado cada partícula se encuentra en interacción electrostática con muchas otras (las de su esfera de Debye), de tal forma que la fuerza que resulta de esta interacción se anula en promedio. Por otro lado, la condición de la ecuación (1) puede reescribirse para ver que, en este límite, la distancia típica entre partículas es grande comparada con el radio de la sección eficaz de las colisiones de Coulomb. De este modo, si bien cada partícula se encuentra en *interacción* coulombiana con muchas otras, sólo ocasionalmente *colisiona* con otra partícula. Como resultado, las colisiones son binarias y de largo alcance, de forma que producen cambios graduales en la trayectoria de una partícula, que se modifica apreciablemente cuando ha acumulado un número grande de estas deflexiones (Hazeltine y Waelbroeck, 1998 [13]). Este tipo de *random walk* constituido por pequeñas desviaciones se conoce como proceso de Fokker-Planck y describe las colisiones en un plasma débilmente acoplado.

Como se puede ver en la tabla 1, en muchas situaciones de interés astrofísico y para plasmas de fusión termonuclear, los fenómenos de interés tienen escalas temporales y espaciales en las que un gas de partículas cargadas manifiesta su naturaleza de plasma, y para los que el acoplamiento débil es una buena aproximación. Como veremos a continuación, también es habitual en ambos contextos que los plasmas de interés estén "magnetizados", lo que introduce una fuente de anisotropía y nuevas escalas en el problema.

1.2. *Plasmas magnetizados*

En tanto que un plasma es un fluido conductor, las corrientes eléctricas son inherentes a su dinámica y lo es, por tanto, el campo magnético que éstas generan. Por otro lado, existen situaciones de interés físico que conciernen a la dinámica de un plasma en un campo magnético "ambiente" generado por un sistema de corrientes externo, fuera del volumen de estudio. En Astrofísica, éste es el caso de, por ejemplo, la dinámica de discos de acreción embebidos en el campo magnético generado por el objeto central, o el viento solar en el campo creado por el Sol. En plasmas de fusión por confinamiento magnético, la creación de una estructura de campos que restrinja el movimiento del plasma es la idea central del confinamiento. Un campo magnético altera radicalmente las órbitas de las partículas cargadas haciendo, básicamente, que éstas giren en torno a la línea de campo en orbitas helicoidales con una girofrecuencia $\Omega_s = q_s B/m_s$ (donde $B = |\mathbf{B}|$ es el módulo del campo magnético) y un girorradio típico o radio de Larmor $\rho_s = v_{ts}/\Omega_s$. La condición de plasma magnetizado se expresa entonces como

$$\delta_s = \frac{\rho_s}{L} \ll 1 \text{ (plasma magnetizado)}$$

donde L es la escala característica del sistema entendida como la de variación de los campos relevantes (p. ej., el magnético medio). De nuevo, los plasmas de interés en fusión por confinamiento magnético están magnetizados[4]. Muchos plasmas astrofísicoss también satisfacen esta condición incluso con

1 Los plasma de hidrógeno resultan ser muy relevantes tanto en fusión nuclear como en contextos astrofísicos. El hidrógeno es con diferencia el elemento más abundante en el universo y la reacción de fusión más accesible para plasmas de laboratorio es la de dos isótopos de hidrógeno: el deuterio, ^2H, y el tritio, ^3H.

2 Es importante hacer notar que esta fuerte oposición a la separación de carga no es incompatible con la presencia de campos eléctricos macroscópicos generados por las minúsculas diferencias de densidad de partículas de distintas cargas. Para un plasma típico de fusión por confinamiento magnético una desviación de la neutralidad $2(n_e - n_i)/(n_e + n_i) \sim 10^{-8}$ da lugar a campos eléctricos del orden de los observados experimentalmente $\sim 10^3$V/m en dirección perpendicular al campo magnético.

3 En este artículo adoptamos las unidades del SI.

4 La condición $\rho/L \ll 1$ se satisface muy bien para los iones principales en casi todo el volumen del plasma salvo quizá cerca de barreras de transporte en modos de confinamiento mejorado y que se caracterizan por tener escalas muy cortas de variación de la presión en dirección perpendicular al campo.

campos magnéticos muy débiles, puesto que estos sistemas se caracterizan por escalas L muy grandes (véase la tabla 1).

La presencia de un campo magnético ambiente introduce una fuente de anisotropía. Las variaciones o fluctuaciones de los campos termodinámicos son mucho más acusadas en dirección perpendicular al campo que paralelamente a éste, es decir, su vector de onda es tal que $k_{||} \ll k_{\perp}$. Morfológicamente, las estructuras turbulentas son muy elongadas en la dirección del campo. El campo guía permite la propagación de ondas de Alfvén. Las ondas de Alfvén son modos lineales de propagación de las perturbaciones electromagnéticas de baja frecuencia ($\omega \ll \Omega_i$ y $\omega \ll \omega_p$, algunas veces denominadas ondas MHD) en el medio eléctrico dado por un plasma magnetizado. Su relación de dispersión es aproximadamente lineal $\omega = \pm k v_A$ con la velocidad de Alfvén definida como $v_A = \sqrt{B/\mu_0 m_i n}$. La turbulencia MHD o *alfvénica* consiste en la interacción no lineal de las ondas de Alfvén. En plasmas de fusión estas ondas interaccionan además con la *ondas de deriva (drift waves* en la literatura en lengua inglesa), que resultan de los gradientes de presión perpendiculares al campo magnético. Esta turbulencia *drift-Alfvén* se considera responsable de buena parte del transporte de energía que aqueja a los dispositivos de fusión magnética y afecta crucialmente a sus propiedades de confinamiento (Scott, 1997 [25]).

1.3. *El marco formal. Teoría girocinética y MHD*

Hasta ahora hemos visto que desde el punto de vista de los parámetros fundamentales que definen un plasma, los plasmas de laboratorio para fusión por confinamiento magnético son comparables con muchos sistemas de plasmas en Astrofísica. A saber:

1. En los tiempos y escalas espaciales de interés el plasma es dinámicamente cuasi-neutro ($\lambda_D/L \ll 1$ y $\omega_p/\omega \gg 1$).
2. Los plasmas de interés están débilmente acoplados $\Lambda \gg 1$.
3. Los plasmas de interés están fuertemente magnetizados $\delta_i \ll 1$.

Por tanto cabe esperar que la física de la dinámica lineal y no lineal, la turbulencia, el transporte, etc., se puedan estudiar desde el mismo marco formal o teoría. Esta teoría es la teoría girocinética *(Gyrokinetic theory* en la literatura científica). A grandes rasgos esta descripción se construye a partir del sistema de ecuaciones de Maxwell y de Fokker-Planck, de tal forma que los campos y las funciones de distribución de las especies evolucionan consistentemente. Este problema es analítica y computacionalmente muy difícil de abordar. La aproximación de la teoría girocinética es perturbativa, es decir, se obtienen ecuaciones más accesibles para las correcciones a la función de distribución, que se expande en potencias del girorradio normalizado δ_i. La separación de escalas temporales $\omega \ll \Omega_i$ se invoca para eliminar la dependencia en la girofase (la coordenada angular que traza el giro rápido de las partículas en torno a la línea de campo). De esta forma se reduce el número de dimensiones del problema, pasando de tres a dos coordenadas de velocidad, y se elimina la evolución rápida de las órbitas de las partículas, describiendo en su lugar la evolución mucho más lenta de los girocentros. Estas dos simplificaciones hacen que el problema sea computacionalmente tratable[5].

Tabla 1. Parámetros típicos de algunos plasmas espaciales y de fusión por confinamiento magnético. Datos de Hazeltine y Waelbroeck (1998) [13] y Schekochihin et ál. (2009) [24]

Parámetro	Cromosfera solar	Viento solar (1 UA)	Medio interestelar ionizado	Disco de acreción de Sgr A	Fusión magnética
n_e (m^{-3})	10^{18}	3×10^7	2×10^4	10^{12}	10^{20}
T (K)	6×10^3	5×10^5	10^4	10^{11}	10^8
ω_p (s^{-1})	6×10^{10}	3×10^5	10^4	6×10^7	6×10^{11}
λ_D (m)	5×10^{-6}	9	40	20	7×10^{-5}
Λ	2×10^3	3×10^{11}	4×10^4	10^{17}	5×10^8
B (T)	10^{-2}	10^{-8}	5×10^{-10}	3×10^{-3}	5
ρ_i (m)	10^{-2}	10^5	3×10^5	400	10^{-3}
L (m)	2×10^6	10^8	10^{18}	10^{11}	3
$\delta_i = \rho_i/L$	5×10^{-9}	10^{-3}	3×10^{-13}	4×10^{-9}	10^{-3}

Los modelos fluidos del plasma se construyen tomando momentos de las ecuaciones cinéticas e invocando algún tipo de cierre que permita expresar momentos de un cierto orden en términos de los momentos de orden inferior. El resultado es un conjunto de ecuaciones de evolución que involucran a un número pequeño de momentos de las funciones de distribución, como la densidad, velocidad media, tensor de presiones, flujo de calor, etc. Si bien la descripción cinética es más completa que las descripciones fluidas, éstas son considerablemente más sencillas y retienen una parte de la dinámica no lineal del sistema que permite estudiar algunas características de la turbulencia y el transporte asociado. En este artículo adoptamos la descripción fluida más sencilla, la magnetohidrodinámica (MHD) de un solo fluido, que es suficiente para ilustrar el paralelismo del problema de transporte de momento en plasmas astrofísicos y de fusión por confimiento magnético.

La MHD se construye sobre las hipótesis de fuerte magnetización y campo eléctrico $\mathbf{E}$ intenso en dirección perpendicular a las líneas de campo magnético. Por tanto, la velocidad del fluido en dirección perpendicular al campo magnético $\mathbf{u}_\perp$ es igual a la deriva $E \times B$ de los girocentros (véase la figura 1), es decir,

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = 0. \qquad (2)$$

Esta ecuación se conoce como ley de Ohm ideal[6] e implica $\mathbf{u}_\perp = \mathbf{V}_E$ y $E_{||} = 0$. Usando esta ley de Ohm, la ley de inducción

5 Otras hipótesis de ordenación en el parámetro δ de los campos, sus fluctuaciones y su evolución son importantes en la teoría. Una descripción moderna, rigurosa y autocontenida del formalismo girocinético puede encontrarse en Parra y Calvo (2011) [22]. Howes et ál. (2006) [14] lo introducen de forma concisa en un contexto de plasmas astrofísicos y discuten el tipo de procesos físicos descritos por la teoría. Expansiones subsidiarias de la teoría girocinética en otros parámetros adimensionales, como la β del plasma (la relación entre la presión cinética y magnética en el plasma, $\beta = 2\mu_0 p/B^2$), la relación entre la velocidad $E \times B$ y la velocidad térmica, el camino libre medio normalizado a la escala del sistema…, permiten obtener modelos más sencillos aplicables en ciertos límites. A menudo, los límites aplicables a plasmas astrofísicos y de laboratorio difieren.

6 Esta condición es equivalente a la anulación del campo eléctrico en el sistema de referencia local solidario con el fluido $\mathbf{E}' \approx \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = 0$, luego puede entenderse como una ley de Ohm $\mathbf{E}' = \sigma \mathbf{j}'$ para un fluido conductor perfecto con resistividad nula $\sigma = 0$.

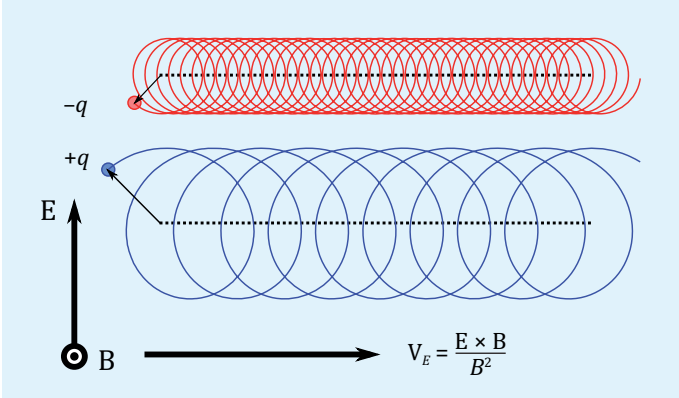

Fig. 1. Ilustración de la deriva $E \times B$ de la trayectoria de dos partículas cargadas moviéndose en un campo magnético **B** y eléctrico **E** constantes y perpendiculares entre sí. La posición del girocentro de las órbitas (línea punteada) *deriva* con una velocidad perpendicular a ambos, de módulo E/B e independiente de la carga, masa y velocidad de la partícula. La no uniformidad del campo **B** origina otras derivas en las distintas partículas que, en la aproximación MHD, se consideran mucho menores que la $E \times B$.

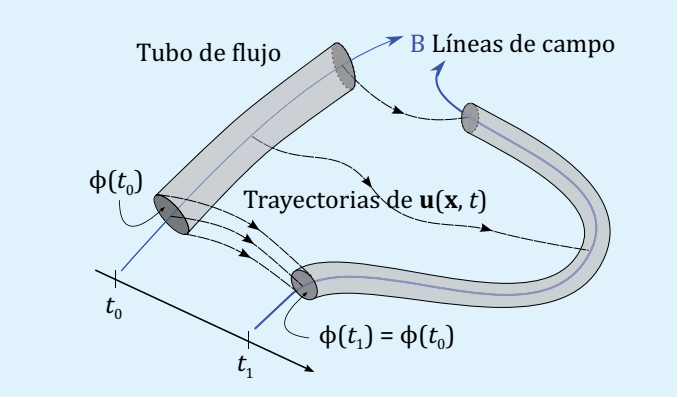

Fig. 2. Ilustración de la condición MHD ideal de congelación de flujo magnético en un tubo de flujo (flujo nulo a través de la superficie lateral e igual y de signo opuesto a través de las dos tapas).

de Faraday $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}$ se escribe en términos de la velocidad del plasma fluido como

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) , \tag{3}$$

que, junto con una ecuación de evolución para **u** similar a la ecuación de Navier-Stokes[7]

$$mn \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} , \tag{4}$$

donde $\mathbf{j} = \mu_0^{-1} \nabla \times \mathbf{B}$ y ecuaciones de conservación de partículas $\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot n\mathbf{u} = 0$ y de adiabaticidad $\frac{d}{dt}(pn^{-5/3}) = 0$ constituye el sistema de ecuaciones de la MHD ideal.

El rango de aplicabilidad de este modelo es en principio limitado. La aproximación fluida y la hipótesis de equilibrio termodinámico local (implícita en las formas sencillas del tensor de presiones y el flujo de calor que proporcionan el cierre en la MHD) apuntan a un régimen de alta colisionalidad donde la disipación debería ser importante[8]. No obstante, la sencillez del modelo a menudo permite una primera aproximación cualitativa a algunos problemas y sirve como base para la interpretación de los resultados de modelos más realistas. En este límite ideal se deriva la condición de congelación del flujo magnético, que es una herramienta útil para la descripción heurística de algunos procesos en plasmas. La ecuación (3), que relaciona la evolución del campo magnético con la velocidad del fluido MHD, implica que el flujo magnético $\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ a través de una superficie S que es arrastrada por el campo de velocidades **u** es independiente del tiempo, es decir

$$\frac{d}{dt} \Phi = \frac{d}{dt} \int_{S(t)} \mathbf{B}(t) \cdot d\mathbf{S} = 0 \tag{5}$$

Si construimos un tubo de flujo como el de la figura 2, éste mantiene su entidad de tubo de flujo en su evolución (esto es, el flujo magnético a través de cada elemento de superficie se mantiene constante en el tiempo). Se dice que en MHD ideal las líneas de campo están "congeladas" en el fluido, que las arrastra en su movimiento.

Este simple principio puede usarse para estimar, por ejemplo, la contribución de la presión magnética en la evolución del colapso de una nube de gas ionizado en la formación estelar. En plasmas de fusión, la ecuación (4) en su versión estacionaria $\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$ caracteriza el equilibrio MHD. Las inestabilidades ideales son muy violentas y disruptivas, de forma que deben evitarse por diseño del campo **B** confinante. El transporte y los movimientos del plasma a través de la líneas de campo se producen en escalas de tiempo más lentas (resistivas) y su estudio requiere modelos fluidos y cinéticos con una ley de Ohm más adecuada a los parámetros típicos de los plasmas de fusión. En MHD resistiva (no ideal), la resistividad (ρ) no nula del plasma se incluye en la ecuación de Ohm (2) como un término proporcional a la densidad de corriente **j**, *i. e.* $\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \sigma \mathbf{j}$, que resulta en un término difusivo en la ley de inducción de Faraday

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} . \tag{6}$$

La resistividad $\eta = \sigma/\mu_0$ adopta un papel análogo a la viscosidad newtoniana en la ecuación de Navier-Stokes e introduce una escala espacial equivalente a la escala de Kolmogorov. A estas escalas (típicamente pequeñas en relación a la escala del sistema)[9] la idealidad del fluido MHD se rompe, el flujo magnético deja de ser una cantidad conservada por la dinámica del fluido y, por tanto, las líneas de campo pierden su entidad diferenciada, pudiendo fundirse o reconectarse.

1.4. *El origen de los campos magnéticos en el universo*

Una dinamo es un mecanismo que permite transformar energía cinética del plasma en energía magnética. [El campo de velocidades **u** amplifica el campo magnético **B** a través de la ecuación (6)]. Es el origen de la mayor parte de los campos magnéticos que vemos a nuestro alrededor en el universo,

7 En contextos astrofísicos un término de fuerza gravitatoria $mn\mathbf{g}$ a la derecha de esta ecuación es a menudo importante. También puede serlo el de fricción con átomos neutros $-mn\nu\mathbf{u}$ en plasmas parcialmente ionizados.

8 Veánse las discusiones al respecto en monografías introductorias tales como Biskamp (1993) [6], Hazeltine y Waelbroeck (1998) [13] o Kulsrud (2005) [17].

9 Esta afirmación equivale a decir que el número de Reynolds magnético $R_m = VL/\eta$ es grande, con V y L la velocidad y el tamaño típico del sistema. Cuando esto ocurre existe un rango inercial en espectro de fluctuaciones entre la escala del sistema y la disipación de la energía magnética.

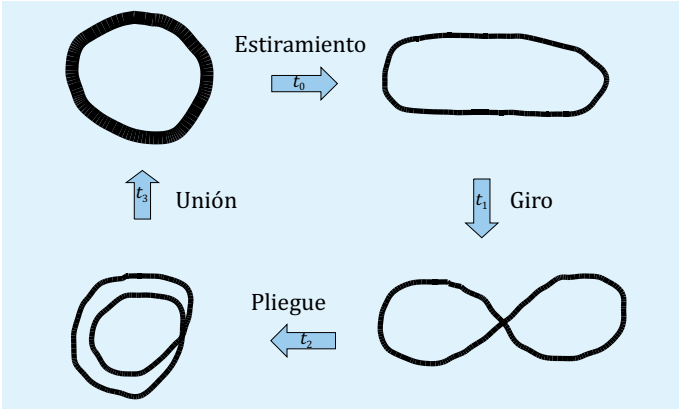

Fig. 3. Funcionamiento de la dinamo *stretch, twist and fold,* que nosotros hemos traducido como "estiramiento, giro y pliegue". En el último paso, unión, procesos de difusión borran la identidad de los tubos de flujo originales, y el ciclo empieza de nuevo.

desde el campo magnético de la Tierra hasta el solar y el galáctico. Básicamente las dinamos pueden ser producidas por un campo de velocidad organizado (laminar) o desorganizado (turbulenta)[10]. Estas últimas son las que aparecen de forma generalizada en el contexto astrofísico. Se caracterizan por *a)* el crecimiento rápido de la energía magnética en una escala temporal característica del campo de velocidad, *b)* generar estructuras magnéticas con todo tipo de escalas espaciales, preferentemente tan pequeñas como la escala característica de difusión η/V, y *c)* ser operativas incluso cuando la difusión magnética desaparece. El mecanismo físico subyacente puede explicarse recurriendo a líneas de campo arrastradas y deformadas por un campo de velocidad. El famoso *stretch, twist and fold* de Childress y Gilbert (1995) [10], que se representa en la figura 3. Líneas de campo magnético son estiradas por el campo de velocidad (t_0), giradas (t_1) y plegadas (t_2), para que finalmente la difusión las transforme en una estructura semejante a la original pero con el doble de flujo magnético (t_3). Este proceso, que parecería un tanto artificial y académico, es realmente responsable del campo magnético turbulento existente en la superficie solar (p. ej. Cattaneo, 1999 [8]), o en las regiones de formación estelar a escala galáctica (p. ej. Maron et ál., 2004 [19]).

Como se ve en la ecuación (6), un campo magnético cero continúa siéndolo para siempre. Por lo tanto, para que cualquier mecanismo dinamo opere necesariamente ha de existir un campo semilla que amplificar. ¿De dónde proviene este campo? No se sabe. Podría ser creado por la llamada batería de Biermann (BB): la ley de Ohm ideal [ecuación (2)] puede entenderse como una aproximación de la ecuación de balance de fuerzas del fluido electrónico bajo la hipótesis de fuerte magnetización: $q_e n_e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) = 0$. Cuando el campo es próximo a cero es necesario considerar la fuerza debida al gradiente de presión electrónica en este balance de fuerzas: $q_e n_e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) = \nabla p_e$, de forma que en la ecuación de inducción (6) se obtiene el término adicional

$$\frac{\nabla n_e \times \nabla p_e}{n_e^2 q_e}\,, \qquad (7)$$

donde n_e y p_e son la densidad y la presión electrónicas. Este término no depende del campo magnético y por lo tanto es capaz de generar campo directamente [$\partial\mathbf{B}/\partial t \neq 0$ incluso si $\mathbf{B} = 0$ en la ecuación (6)]. Se necesita un plasma en el que los gradientes de temperatura electrónica y densidad no sean paralelos. La BB en galaxias en formacion da lugar a campos semilla del orden de 10^{-22} T (Kulsrud, 2005 [17]). Existen alternativas al mecanismo BB; por ejemplo, campos generados en las transiciones de fase que ocurrieron en el origen del universo (véase Tevzadze et ál., 2012 [29]).

2. La rotación en plasmas astrofísicos y de fusión magnética

La velocidad del fluido **u** es un campo físico crucialmente importante en plasmas magnetizados tanto en contextos astrofísicos como en plasmas de laboratorio para fusión. En plasmas para fusión confinados magnéticamente, el perfil de rotación[11] puede afectar sustancialmente al tiempo de confinamiento. Perfiles con una fuerte cizalla (o variación radial de la velocidad) causan una disminución del transporte turbulento, que puede conducir a modos de confinamiento mejorado (modo-H, véase más adelante) en los que la turbulencia se encuentra prácticamente suprimida en una región del volumen de confinamiento. La rotación en este contexto también es importante para la estabilidad del plasma. El gran experimento de fusión International Tokamak Energy Reactor (ITER)[12] requiere que el plasma rote respecto a las paredes del dispositivo para evitar inestabilidades resistivas. Los haces energéticos de partículas para el calentamiento de ITER apenas podrán imprimir rotación a la zona central del plasma. Por otro lado, se ha observado experimentalmente que la columna de plasma en un tokamak puede rotar "espontáneamente" sin ninguna inyección externa de momento. La teoría girocinética del transporte turbulento de momento en sistemas axisimétricos, necesaria para entender esta rotación "intrínseca" del plasma, se encuentra en desarrollo (Parra et ál., 2012 [23]). En dispostivos de confinamiento magnético tipo stellarator, sin simetría axial (como el de la figura 6 que se describe más adelante, en el epígrafe 2.4), los mecanismos *neoclásicos*[13] determinan la velocidad de equilibrio (una comparación experimento/teoría reciente es Arévalo et ál., 2013 [3]). Por último, el campo de velocidad del plasma parece un ingrediente fundamental en la mejora de confinamiento observada en la llamada *transición L-H,* que se observa tanto en tokamaks como en stellarators. Existe consenso en que la transición L-H está asociada a un cambio en el perfil de rotación en la zona exterior del plasma, pero las causas de ese cambio de rotación son objeto de discusión (véanse los epígrafes 2.4 y 2.5).

10 http://www.scholarpedia.org/article/Hydromagnetic_dynamo_theory

11 En este artículo usamos *rotación* de forma laxa para referirnos a un patrón de velocidad promedio laminar y organizado en torno a un cierto eje, no necesariamente con líneas de corriente circulares.

12 Véase http://www.iter.org/. La configuración *tokamak* es axisimétrica. Para lograr axisimetría y estabilidad en un tokamak es necesario que una parte importante de la corriente que genera el campo magnético fluya no por bobinas externas, sino por el propio plasma. Esto diferencia a las configuraciones tokamak de las de tipo *stellarator*.

13 Basados en el transporte colisional de electrones e iones que se mueven en la estructura toroidal del campo confinante. Las escalas espaciales y temporales relevantes en los mecanismos neoclásicos son mayores que las del transporte turbulento, asociado a la no linealidad de las ecuaciones cinéticas.

En contextos astrofísicos la rotación y el transporte de momento angular en plasmas magnetizados determinan la evolución de los discos de acreción. Los discos de acreción son objetos muy comunes en Astronomía: desde los que existen alrededor de estrellas en formación y dan lugar a planetas hasta los que alimentan a los agujeros negros (AN) supermasivos presentes en los centros de la mayor parte de las galaxias. De hecho, el AN controla la formación de las galaxias más masivas, y el impacto del AN sobre la galaxia anfitriona sólo se entiende considerando el campo magnético presente en el disco de acreción. Por este motivo hemos elegido los discos de acreción para ilustrar el papel central que mecanismos típicos de plasma magnetizado juegan en problemas fundamentales de la Astrofísica.

2.1. *Discos de acreción magnetizados y su papel en la formación de galaxias*

La gravedad tiende a concentrar masa en contra de los gradientes de presión y la inercia. El material acretado tiene un cierto momento angular que le impide caer libremente sobre el objeto central que acreta, y gira a su alrededor formando un disco. Antes de caer sobre el objeto central, el plasma necesita perder su momento angular. Lo consigue por algún tipo de fricción, que transfiere momento angular desde el interior al exterior del disco. La fricción calienta el plasma, que bien por radiación o por emisión de partículas transporta lejos del disco una fracción importante de la energía gravitatoria liberada.

Las galaxias se forman y crecen por la acción de la fuerza gravitatoria, que amplifica pequeñas sobredensidades que ya existen en el universo desde su creación. Este *modelo estándar* es extremadamente exitoso en muchos aspectos, pero predice la existencia de muchas más galaxias masivas que las que se observan (p. ej., Silk y Mamon, 2012 [27]). La fuerza gravitatoria concentra demasiada masa durante la vida del universo a menos que alguna fuerza adicional se oponga. En el modelo estándar, esta fuerza resulta de la energía liberada por un AN supermasivo presente en el centro de las galaxias. El proceso de acreción sobre un AN es una máquina extremadamente eficiente, capaz de liberar energía correspondiente a una fracción apreciable de la masa en reposo acretada[14]. De alguna forma, esta energía se transforma en energía cinética capaz de abortar el proceso de acreción de nueva masa, poniendo límite al tamaño de las galaxias más masivas. La acreción en torno a estos estos AN supermasivos da lugar a los AGN (del inglés *Active Galactic Nuclei),* entre los que los quásares son el ejemplo extremo. Resulta que tanto los procesos físicos responsables de "alimentar" al AN como los que transportan la energía para ser liberada a escala galáctica están controlados por fuerzas magnéticas. El primero se llama *inestabilidad magneto-rotacional* y, el segundo, *mecanismo de Blandford-Znajek*. Los dos se describen a continuación.

2.2. *La inestabilidad magneto-rotacional o viscosidad creada por un campo magnético*

En un disco de acreción la materia sigue aproximadamente órbitas keplerianas, en donde el módulo de la velocidad u aumenta conforme la distancia al centro r disminuye,

$$u \propto r^{-1/2}. \tag{8}$$

El disco es cuasi estacionario. Para que se produzca un transporte de masa hacia el interior del disco (y finalmente al AN), las partículas a una distacia r han de perder momento angular ur de forma que busquen un nuevo equilibrio a una distancia $r' < r$. Los movimientos turbulentos generados por la cizalladura en la velocidad de rotación del disco podrían ser responsables del transporte de momento angular —mueven partículas en órbitas externas, que tienen menor velocidad, hacia órbitas internas—. Sin embargo este mecanismo no funciona porque la rotación estabiliza al disco haciendo desaparecer la turbulencia (véase, p. ej., Ji et ál., 2006 [16]). El mecanismo que parece ser responsable del transporte se llama inestabilidad magneto-rotacional (MRI). Fue descrito por Balbus y Hawley [4] a partir de trabajos anteriores de Chandrasekar, entre otros[15]. Se ilustra en la figura 4. Supongamos dos elementos de masa, originalmente en órbitas muy parecidas, conectados por líneas de campo magnético que acoplan su movimiento. Por una fluctuación aleatoria en el campo de velocidad uno de los elementos (*in*) se mueve a una órbita algo más interna. Como su velocidad es algo inferior a la que le corresponde por su nueva posición, se verá arrastrado y acelerado por la materia en la nueva órbita. Por otro lado, el campo magnético lo conecta al segundo elemento *ex,* que también se verá acelarado. Ahora *ex* tiene mayor velocidad que la que le corresponde, y tenderá a moverse hacia el exterior hasta alcanzar un nuevo equilibrio. Gracias a la conexión magnética, *ex* tira de *in* desacelerándolo y haciéndolo caer y, simultáneamente, *in* tira de *ex* acelerándolo y transportándolo a las partes externas del disco. El proceso se retroalimenta como corresponde a una inestabilidad. Es importante resaltar que el mecanismo continuamente amplifica el campo magnético al tirar de las líneas de campo (epígrafe 1.4), de forma que la intensidad inicial del campo magnético no es muy relevante —se ve amplificado por esta dinamo hasta que se vuelve dinámicamente relevante—. Finalmente el campo magnético se vuelve tan complicado que se producen reconexiones locales y los dos elementos se desacoplan y evolucionan independientemente.

2.3. *Efecto del AN sobre la evolución de la galaxia: mecanismo de Blandford-Znajek*

El impacto de AN sobre la evolución de su galaxia anfitriona no se produce a través de la fuerza de gravedad, puesto que la masa del AN es despreciable con respecto a la masa total de la galaxia (sólo un 0.1 %; véase, p. ej. Magorrian et ál., 1998 [18]). El proceso de acreción libera enormes cantidades de energía en el disco que bien aprovechada sería suficiente para frenar el crecimiento de una galaxia (p. ej. Silk y Rees, 1998 [26]). El problema estriba en distribuir esta energía a escala galáctica. Y no es un problema menor. El tamaño del disco de acreción es cinco órdenes de magnitud más pequeño que la galaxia (p. ej. Narayan y Quataert, 2005 [20]). En principio la energía podría ser transportada por el campo de radiación térmico generado en el disco; sin embargo, en la práctica, la radiación se ve atrapada localmente y el

14 En la fusión de H a He se gana energía equivalente al 0.7 % de la masa, mientras que la ganancia representa el 10 % de la masa cuando se acreta sobre una estrella de neutrones, y llega hasta el 40 % cuando se hace sobre un AN.

15 http://www.scholarpedia.org/article/ Magnetorotational instability

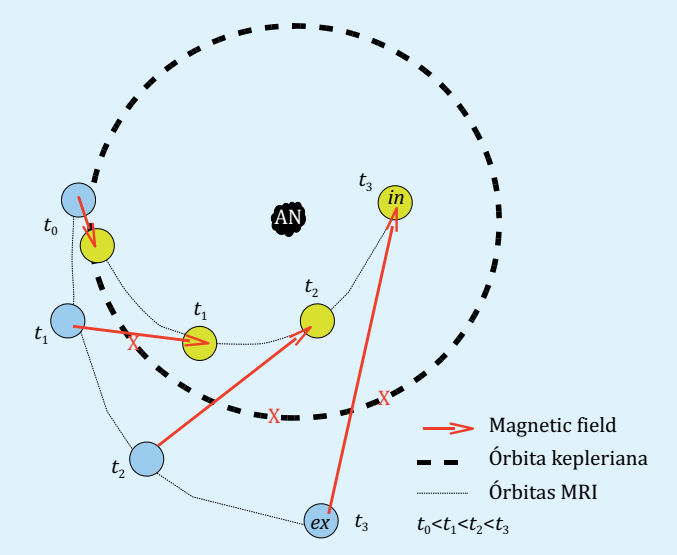

Fig. 4. Diagrama para ilustrar la inestabilidad magneto-rotacional que transporta materia hacia el interior de los discos de acreción.

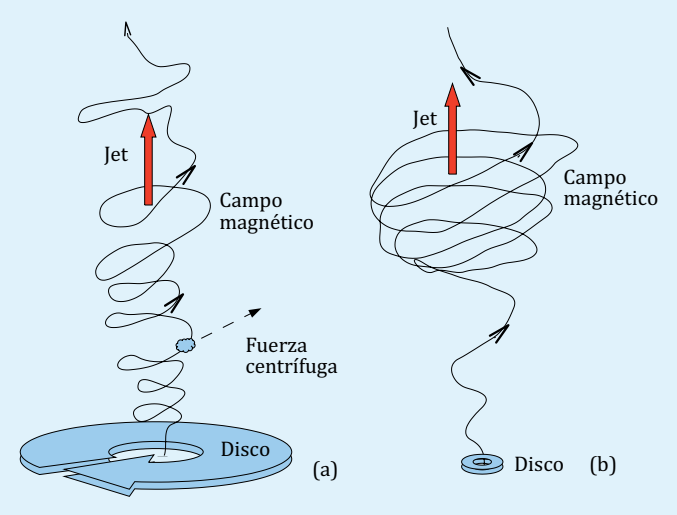

Fig. 5. Diagrama que ilustra la creación de jets en discos de acreción. (a) La rotación del disco y/o AN retuerce en forma espiral las líneas de campo magnético, que a la vez giran arrastradas por la rotación. La fuerza centrífuga del plasma congelado en las líneas de campo tiene una componente perpendicular al disco que tiende a elevarlo formando el jet. (b) Lejos del disco la expansión lateral hace que el campo magnético se oriente preferentemente en la dirección transversal al jet. Figura adaptada de Spruit (2010) [28].

proceso no funciona eficientemente a la escala requerida (véase Begelman, 2004 [5]). La energía ha de ser extraída del disco en forma de energía cinética, transportada por un flujo de materia que emerge de las partes centrales de disco. Al chocar con el medio interestelar de la galaxia lo calienta ralentizando el proceso de acumulación de materia y frenando el proceso de formación de la galaxia. Una vez más el campo magnético parece jugar un papel central en la extracción de energía mecánica de los centros del complejo disco+AN, en un proceso que se llama mecanismo de Blandford y Znajek (1977) [7]. Los detalles son complicados puesto que involucran a un AN en regiones en las que su descripción cualitativa necesita de la relatividad general. Sin embargo lo esencial es fácil de entender. La rotación arrastra y enrolla a las líneas de campo magnético en forma helicoidal en una estructura que rota sobre sí misma [figura 5(a)]. La materia, congelada en las líneas de campo, es forzada a rotar. La fuerza centrífuga tiene una componente a lo largo de las líneas de campo, que se encarga de elevar la materia del disco produciendo un jet. Conforme se aleja del disco, el plasma magnetizado se expande lateralmente, generando un campo magnético que es fundamentalmente toroidal en el plano perpendicular a la propagación del jet [figura 5(b)]. Es este jet el que impacta en el medio interestelar y frena la formación de la galaxia.

2.4. *El confinamiento magnético de plasmas de laboratorio, la rotación* E × B *y el modo-H*

La idea fundamental del confinamiento magnético del plasma para fusión es crear una estructura toroidal de líneas de fuerza (o campo magnético) que en sucesivos tránsitos toroidales recorren una superficie topológicamente equivalente a un toro. A estas superficies se las llama superficies magnéticas o de flujo porque ciertas definiciones de flujo magnético son constantes en ellas. Para confinar el plasma, las distintas superficies deben estar anidadas como se muestra en la figura 6.

La línea de campo de cada superficie conecta dos puntos cualesquiera contenidos en la superficie[16], por lo que la solución solución estacionaria de la ley de Ohm ideal (ecuación 2), $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ y $E_{\parallel} = 0$ es cualquier potencial escalar ϕ función de la etiqueta de flujo ψ. Esto resulta en una rotación $\mathbf{u}_{\perp} = \frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla\phi(\psi)$ de unas superficies respecto a otras (figura 7). Las fluctuaciones turbulentas del campo eléctrico causan variaciones de potencial en las superficies y transporte turbulento $E \times B$ de partículas y energía a través de ellas, es decir, causan un deterioro del confinamiento.

Se sabe que la forma en que cada superficie se mueve o "rota" respecto a las demás tiene un gran impacto en el control de las fluctuaciones turbulentas y, por tanto, en el confinamiento del plasma. Una rotación diferencial o con cizalla causa una decorrelación de las estructuras turbulentas y reduce el nivel de fluctuaciones[17]. Este tipo de patrón de velocidad $E \times B$ diferencial está presente en el borde de los plasmas en modo de confinamiento mejorado o *modo-H*. En la zona de máxima cizalla, el plasma en modo-H presenta una *barrera de transporte* con niveles bajos de fluctuaciones turbulentas y grandes gradientes de presión, que dan lugar a un mayor contenido en energía en el plasma.

Es en este modo de operación en el que se basan todos los diseños de reactores de fusión y en el que está previsto que ITER, la siguiente gran máquina de fusión, logre generar una potencia de fusión diez veces superior a la energía de calentamiento necesaria para mantener el plasma estacionario (Ikeda, 2007 [15]). La transición del modo de confinamiento "normal" (modo-L) al modo-H se ha caracterizado empíricamente: requiere una potencia de calentamiento mínima y se conocen sus dependencias con la

16 Esto no es estrictamente cierto para las superficies llamadas *racionales*, cuyas líneas de campo se cierran sobre sí mismas después de un número de tránsitos toroidales. Estas superficies pueden dar lugar a corrientes localizadas y a la reconexión de las líneas de campo, lo que resulta en una destrucción local de la estructura de superficies anidadas.

17 No en vano los esfuerzos de optimización de configuraciones magnéticas para reducir el transporte turbulento se concentran en la reducción de la "viscosidad" magnética para permitir que el plasma desarrolle flujos $E \times B$ con cizalla.

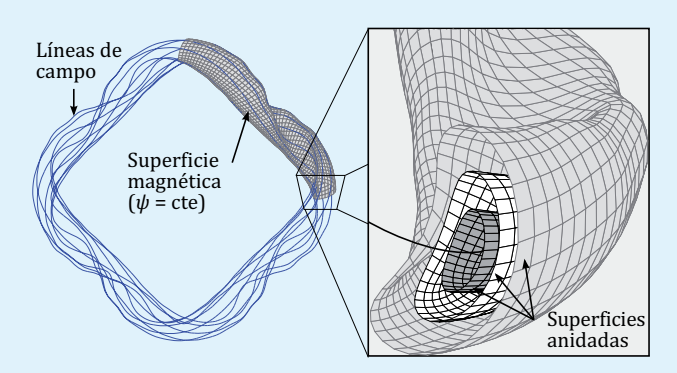

Fig. 6. Línea de campo magnético que recubre una superficie magnética o de flujo. Para lograr un confinamiento magnético del plasma es necesario que existan superficies anidadas. Intuitivamente, las partículas cargadas pueden explorar libremente la superficie, pero se difunden lentamente a través de ellas. Esto aísla el centro caliente y denso del plasma del borde frío conectado con superficies materiales a lo largo de la línea de campo. La línea dibujada corresponde al dispositivo tipo stellarator TJ-II en operación en el Laboratorio Nacional de Fusión (CIEMAT) (Alejaldre et ál., 1999) [1].

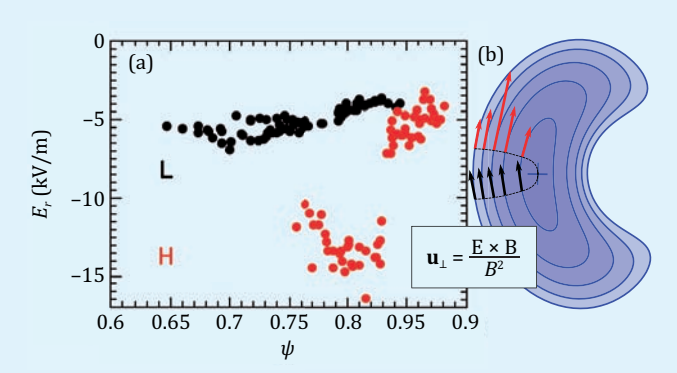

Fig. 7. (a) Perfiles de campo eléctrico en modo-L (puntos negros) y modo-H (puntos rojos) medidos en TJ-II mediante reflectometría Doppler (cortesía de Teresa Estrada, véase Happel et ál., 2011) [11]. (b) Corte con superficies magnéticas y perfiles equivalentes de rotación $E \times B$ en los modos L (con poca cizalla) y H (con mucha cizalla localizada en el borde).

densidad, campo magnético, propiedades geométricas de la configuración magnética, etc. No obstante, la causa inicial de la transición se desconoce. Ningún código basado en primeros principios ha logrado reproducir esta transición.

Puesto que la transición está asociada a un cambio en el perfil de rotación del plasma, la mayoría de los esfuerzos teóricos y experimentales se han invertido en entender los mecanismos de transporte de momento en plasmas. La turbulencia participa de este transporte a través de las tensiones de Reynolds y Maxwell [que se describen en el siguiente apartado, ecuaciones (10) y (11)]. En los modelos turbulentos de transición L-H, las fluctuaciones turbulentas, mediante cascadas inversas de energía[18], generan estructuras de potencial eléctrico constantes en las superficies pero con fuerte variación radial. Estas estructuras se conocen como *flujos zonales* y tienen escalas de variación temporal lentas en comparación con la turbulencia de la que obtienen energía. De esta forma reducen el nivel de fluctuaciones turbulentas doblemente: por transferencia "directa" de energía y por el mecanismo de decorrelación por cizalla $E \times B$ antes mencionado. El modelo más sencillo de la evolución no lineal de perturbaciones electrostáticas en plasmas magnetizados es el modelo de Hasegawa y Mima (1977) [12].

2.5. *Transporte turbulento de momento en plasmas magnetizados: tensiones de Reynolds y Maxwell*

A continuación discutimos con algo más de detalle un problema con claros paralelismos en plasmas de laboratorio y astrofísicos: la rotación y el transporte de momento en plasmas magnetizados. En ambos contextos la turbulencia del plasma puede ser un agente importante en el transporte de momento a través de las tensiones de Reynolds y Maxwell. La forma y procedencia de estas tensiones o flujos de momento puede entenderse a partir de la ecuación (4) en la que, por simplicidad, consideramos la densidad n constante. Separando los campos $\mathbf{u}$ y $\mathbf{B}$ en su parte media $\mathbf{U} = \langle \mathbf{u} \rangle$ y fluctuante o turbulenta $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} - \langle \mathbf{u} \rangle$ se obtiene la siguiente ecuación de evolución para la velocidad media del fluido[19]

$$mn\left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U}\cdot\nabla\mathbf{U}\right) + \nabla\cdot\left\langle mn\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}} + \frac{\tilde{B}^2}{2\mu_0}\mathbf{I} - \frac{\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{B}}}{\mu_0}\right\rangle = 0\,, \qquad (9)$$

donde hemos supuesto un equilibrio MHD de la presión y el campo magnético medios. El tensor $\mathbf{I}$ es el tensor identidad. El flujo de momento debido al acoplamiento estadístico de las fluctuaciones de la velocidad del fluido es conocido en Hidrodinámica como la tensión de Reynolds

$$T_R = \langle mn\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}}\rangle\,. \qquad (10)$$

La parte magnética se conoce como la tensión de Maxwell

$$T_M = \left\langle \frac{\tilde{B}^2}{2\mu_0}\mathbf{I} - \frac{\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{B}}}{\mu_0}\right\rangle \qquad (11)$$

La divergencia de este tensor es equivalente al término $\langle -\tilde{\mathbf{j}} \times \tilde{\mathbf{B}}\rangle$. A través de estas tensiones la turbulencia participa en la evolución de la velocidad media del fluido.

Consideremos un disco de acreción delgado con simetría de rotación y densidad constante y definamos el promedio $\langle\cdot\rangle$ como un promedio en el ángulo azimutal $\langle\cdot\rangle = (2\pi)^{-1}\int \cdot\, d\varphi$. La ecuación vectorial (9) puede reducirse a una ecuación para el momento angular promedio $L_\varphi = ru_\varphi$

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle L_\varphi\rangle + \frac{1}{r}\frac{d}{dr}r^2\left(\langle\tilde{u}_r\tilde{u}_\varphi\rangle - \frac{\langle\tilde{B}_r\tilde{B}_\varphi\rangle}{\mu_0 mn}\right) = 0\,. \qquad (12)$$

Su integración numérica en las condiciones de un disco de acreción da lugar a la inestabilidad MRI descrita intuitivamente en el epígrafe 2.2.

Los dispositivos de confinamiento magnético de tipo tokamak poseen simetría de rotación. El campo eléctrico perpendicular a las superficies magnéticas en estos dispo-

18 Es decir, condensación de energía en modos k bajos que se transfiere de modos más altos. Este tipo de cascadas están presentes en todos los modelos cuasi 2D (con estructuras muy elongadas a lo largo de la línea de campo, esto es con un vector de onda $k_{||} \ll k\perp$) de turbulencia de plasmas.

19 La operación promedio $\langle\cdot\rangle$ puede entenderse como un promedio espacial a escalas mayores que las típicas de la turbulencia, temporal a tiempos largos comparados con los típicos de decorrelación de la turbulencia o un promedio a realizaciones. En contextos de plasmas toroidales confinados magnéticamente suele referirse al promedio a superficies de flujo que se define como la integral en un volumen infinitesimal alrededor de una superficie magnética toroidal dada.

sitivos da lugar a un flujo $E \times B$ que, junto con la condición de incompresibilidad, resulta en una rotación toroidal. Cada superficie rota como un sólido rígido y la variación espacial del potencial eléctrico hace que cada superficie deslice respecto a las otras. La ecuación de transporte de momento angular toroidal en un tokamak es análoga a la ecuación (12):

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle L_\varphi\rangle + \frac{d}{dV} r\left(\langle \tilde{u}^V \tilde{u}_\varphi\rangle - \frac{\langle \tilde{B}^V \tilde{B}_\varphi\rangle}{\mu_0 mn}\right) = 0\,. \qquad (13)$$

El promedio $\langle\cdot\rangle$ se define como un promedio en superficies de flujo y la coordenada V es constante en cada superficie magnética e igual a su volumen interior. La proyección en dirección perpendicular a la superficie magnética se define como $\tilde{u}^V = \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla V$.

Este tipo de rotación solidaria de los puntos conectados por una línea de campo en sistemas axisimétricos y estacionarios se conoce en Astrofísica como teorema de isorrotación de Ferraro, que no es sino un corolario de la ley de inducción de Faraday, expresada en la ecuación (3). El resultado es intuitivo: si dos puntos de un disco conectados por una línea de campo rotan con distinta velocidad angular, la línea, congelada en el fluido, se estirará, lo que es inconsistente con un estado estacionario. También es evidente que un perfil de rotación kepleriano no es en general compatible con el teorema de isorrotación de Ferraro (salvo para una campo magnético sin componente radial, cuyas superficies magnéticas son superficies r = cte.). La inestabilidad MRI descrita anteriormente puede intuirse como una competición entre los estados de rotación de equilibrio para las fuerzas MHD por un lado (Ferraro) y gravitatoria por otro (Kepler). La MRI, tal y como se ilustra en la figura 4, causa una correlación entre las fluctuaciones de campo magnético radial y toroidal lo que causa un flujo radial de momento angular (figura 8) a través del tensor de Maxwell.

De forma análoga, en plasmas para fusión los modelos y simulaciones de turbulencia de ondas de deriva muestran un transporte de momento angular a través del tensor de Reynolds que da lugar a los flujos zonales (véase epígrafe 2.4). En ocasiones se refiere a este fenómeno como viscosidad (turbulenta) *negativa,* puesto que el transporte resultante tiende a *aumentar* la cizalla del perfil de rotación. Este tipo de generación de rotación por turbulencia está presente en la generación de corrientes latitudinales en atmósferas planetarias por interacción no lineal de las llamadas ondas de Rossby[20].

Para terminar debemos hacer notar que existen indicaciones numéricas de que en turbulencia electromagnética, con un campo guía que permite la propagación de ondas del Alfvén, existe una tendencia a la cancelación entre las fuerzas turbulentas de Reynolds y Maxwell (véanse, por ejemplo, las simulaciones de plasmas de fusión en Naulin et ál., 2005 [21] y simulaciones de turbulencia en la tacoclina solar en Tobias et al., 2007 [30]). La generalidad de esta observación, con importantes implicaciones en el papel de la turbulencia en el transporte de momento, está siendo debatida.

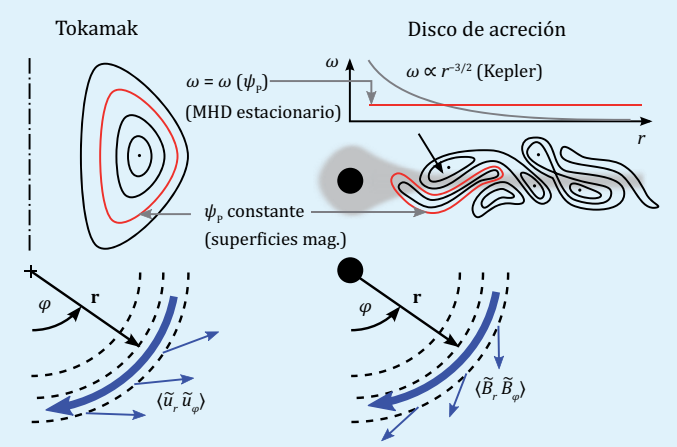

Fig. 8. Plano poloidal de las superficies magnéticas de un tokamak y un hipotético disco de acreción. Los puntos conectados por una línea de campo se encuentran en superficies de flujo magnético poloidal ψ_p constante. La forma general del campo axisimétrico es $\mathbf{B} = I(\psi_p)\nabla\varphi + \frac{1}{2\pi}\nabla\varphi \times \nabla\psi_p$.

3. Notas finales y otros paralelismos

En la secciones anteriores hemos enfatizado la proximidad de problemas de física de plasmas que conciernen a las comunidades de Astrofísica y de fusión nuclear. No obstante resulta evidente que, a medida que se aumenta el nivel de detalle en esta comparación, las diferencias surgen. La comprensión de estas diferencias también puede ser iluminadora y ayudar a una mejor comprensión de los problemas particulares de cada campo. Por otro lado, en las escalas astrofísicas a menudo encontramos plasmas en situaciones imposibles de escalar a los plasmas de laboratorio. La fuerza gravitatoria hace que el plasma que forma el Sol se mantenga confinado en un volumen con una β mayor que la unidad (es decir con una presión que supera a la densidad de energía del campo magnético). Esa misma fuerza gravitatoria puede acelerar el plasma a velocidades relativistas en torno a objetos estelares muy densos, algo muy difícil de reproducir en un laboratorio.

En todo caso, el paralelismo que hemos escogido en este artículo no es singular. Existen otros problemas similares y de una importancia fundamental tanto en Astrofísica como en plasmas de laboratorio. Algunos de ellos son la reconexión magnética en capas límite y el calentamiento del plasma por reconexión, el transporte de las impurezas o metales en plasmas, la generación de partículas rápidas (rayos cósmicos) y su interacción con las ondas de Alfvén, la creación de campos magnéticos como resultado de un patrón de velocidad de plasma (dinamos), el frenado magnético… Cualquiera de estos problemas podría dar lugar a un intercambio interesante y enriquecedor entre especialistas de nuestras comunidades.

Agradecimientos

La idea de escribir este artículo surgió en Santander en 2011, en la reunión bienal de la Real Sociedad Española de Física, como una propuesta de Carlos Hidalgo y Eduardo Bataner tras una sesión conjunta de física de plasmas en astrofísica y en laboratorio que ellos mismos organizaban. El ejercicio que se nos propuso —discutir desde una perspectiva integradora el problema de la rotación en plasmas—

20 De hecho el modelo más sencillo de ondas de deriva en plasmas magnetizados (Hasegawa y Mima, 1977 [12]) es formalmente idéntico al de ondas de Rosby en atmósferas planetarias (Charney, 1947 [9]). El potencial eléctrico y la presión son las funciones de corriente de la velocidad $E \times B$ y el viento geostrófico que dan forma al campo de velocidades, respectivamente, en los dos modelos. En ocasiones se refiere este modelo como de Charney-Hasegawa-Mima.

ha resultado muy estimulante y mutuamente enriquecedor y nos gustaría darles las gracias por ello.

También tenemos que agradecer las discusiones que, sobre estos y otros temas, hemos mantenido a lo largo de estos años con nuestros colegas del Laboratorio Nacional de Fusión y del Instituto de Astrofísica de Canarias. En particular queremos agradecer las contribuciones al tema de este artículo de Iván Calvo, José Luis Velasco y Juan Arévalo (LNF) y de Fernando Moreno (IAC) y Fausto Cattaneo (Universidad de Chicago).

Referencias

[1] C. Alejaldre et ál., "First plasmas in the TJ-II flexible Heliac. Plasma". *Physics and Controlled Fusion* **41**(3A), A539-A548 (1999). http://stacks.iop. org/0741-3335/41/A539.

[2] H. Alfvén, *Cosmical Eletrodynamics* (The International series of monographs on physics, Clarendon Press, 1950). http:// ia600703.us.archive. org/23/items/CosmicalElectrodynamics/ Alfven-CosmicalElectrodynamics.pdf.

[3] J. Arévalo, J. A. Alonso, K. J. McCarthy y J. L. Velasco, "Incompressibility of impurity flows in low density TJ-II plasmas and comparison with neoclassical theory". *Nuclear Fusion* **53**(2), 023003 (2013). http://stacks.iop.org/0029-5515/53/i=2/ a=023003.

[4] S. A. Balbus y J. F. Hawley, "A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I -Linear analysis. II -Nonlinear evolution". *The Astrophysical Journal* **376**, 214 (julio de 1991). DOI: 10.1086/170270.

[5] M. C. Begelman, "AGN Feedback Mechanisms". *Coevolution of Black Holes and Galaxies* (Cambridge Univesity Press, 2004), p. 374.

[6] D. Biskamp, *Nonlinear Magnetohydrodynamics* (Cambridge University Press, 1993).

[7] R. D. Blandford y R. L. Znajek, "Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **179**, 433 (mayo de 1977).

[8] F. Cattaneo, "On the origin of magnetic fields in the quiet photosphere". *The Astrophysical Journal Letters* **515**(1), L39 (1999).

[9] J. G. Charney, "The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current". *Journal of Meteorology* **4**(5), 135 (1947).

[10] S. Childress y A. D. Gilbert, *Stretch, twist, fold: the fast dynamo,* vol. 37 (Springer Verlag, 1995).

[11] T. Happel et ál., "Scale-selective turbulence reduction in H-mode plasmas in the TJII stellarator". *Physics of Plasmas* **18**(10), 102302 (2011). DOI: 10.1063/1.3646315. http://link. aip.org/ link/?PHP/18/102302/1.

[12] A. Hasegawa y K. Mima, "Stationary spectrum of strong turbulence in magnetized nonuniform plasma". *Physical Review Letters* **39**, 205 (julio de 1977). DOI: 10.1103/PhysRevLett.39.205. http://link. aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.39.205.

[13] R. D. Hazeltine y F. L. Waelbroeck, *The framework of plasma physics* (Perseus Books, 1998).

[14] G. G. Howes et ál., "Astrophysical gyrokinetics: Basic equations and linear theory". *The Astrophysical Journal* **651**(1), 590 (2006). http://stacks.iop. org/0004-637X/651/i=1/a=590.

[15] K. Ikeda, "Progress in the ITER physics basis". *Nuclear Fusion* **47**(6) (2007). http://stacks.iop.org/ 0029-5515/47/i=6/a=E01.

[16] H. Ji, M. Burin, E. Schartman y J. Goodman, "Hydrodynamic turbulence cannot transport angular momentum effectively in astrophysical disks". *Nature* **444**(7117), 343 (2006).

[17] R. M. Kulsrud, *Plasma physics for astrophysics* (Princeton University Press Princeton, 2005).

[18] J. Magorrian et ál., "The demography of massive dark objects in galaxy centers". *The Astronomical Journal* **115**(6), 2285 (1998). http: //stacks.iop.org/1538-3881/115/i=6/a=2285.

[19] J. Maron, S. Cowley y J. McWilliams, "The Nonlinear Magnetic Cascade". *The Astrophysical Journal* **603**, 569 (marzo de 2004). DOI: 10.1086/380504.

[20] R. Narayan y E. Quataert, "Black hole accretion". *Science,* **307**(5706), 77 (2005). DOI: 10.1126/ science.1105746. http:// www.sciencemag. org/content/307/5706/77.abstract.

[21] V. Naulin et ál., "Shear flow generation and energetics in electromagnetic turbulence". *Physics of Plasmas,* **12**(5), 052515 (2005). ISSN: 1070664X. DOI: 10.1063/1.1905603. http://dx.doi. org/doi/ 10.1063/1.1905603.

[22] F. I. Parra e I. Calvo, "Phase-space lagrangian derivation of electrostatic gyrokinetics in general geometry". *Plasma Physics and Controlled Fusion* **53**(4), 045001 (2011). http://stacks.iop.org/ 0741-3335/53/i=4/a=045001.

[23] F. I. Parra, M. Barnes, I. Calvo y P. J. Catto, "Intrinsic rotation with gyrokinetic models". *Physics of Plasmas* **19**(5), 056116 (2012). DOI: 10.1063/ 1.3699186. http://link.aip.org/link/?PHP/ 19/056116/1.

[24] A. A. Schekochihin et ál., "Astrophysical gyrokinetics: Kinetic and fluid turbulent cascades in magnetized weakly collisional plasmas". *The Astrophysical Journal Supplement Series* **182**(1), 310 (2009). http://stacks.iop. org/0067-0049/182/i=1/a=310.

[25] B. Scott, "Three-dimensional computation of drift Alfvén turbulence". *Plasma Physics and Controlled Fusion* **39**(10), 1635 (1997). http://stacks.iop.org/ 0741-3335/39/i=10/a=010.

[26] J. Silk y M. J. Rees, "Quasars and galaxy formation". *Astronomy & Astrophysics* **331**, L1–L4 (marzo de 1998).

[27] J. Silk y G. A. Mamon, "The current status of galaxy formation". *Research in Astronomy and Astrophysics* **12**(8), 917 (2012). http://stacks. iop.org/1674-4527/12/i=8/a=004.

[28] H. C. Spruit, "Theory of Magnetically Powered Jets", en *Lecture Notes in Physics,* T. Belloni (ed.), vol. 794 (Springer Verlag, 2010), p. 233. DOI: 10.1007/978-3-540-76937-8 9.

[29] A. G. Tevzadze, L. Kisslinger, A. Brandenburg y T. Kahniashvili, "Magnetic fields from qcd phase transitions". *The Astrophysical Journal* **759**(1), 54 (2012).

[30] S. M. Tobias, P. H. Diamond y D. W. Hughes, "β-plane magnetohydrodynamic turbulence in the solar tachocline". *The Astrophysical Journal Letters* **667**(1), L113 (2007). http://stacks. iop.org/1538-4357/667/i=1/a=L113.

Juan Arturo Alonso de Pablo
CIEMAT-Laboratorio Nacional de Fusión.

Jorge Sánchez Almeida
Instituto de Astrofísica de Canarias.